

# Modell-basierte Bestimmung der Auffindwahrscheinlichkeit (POD) von Volumenfehlern in schwerprüfbaaren Bauteilen

Martin SPIES, Hans RIEDER, Alexander DILLHÖFER

Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik ITWM, Fraunhofer-Platz 1, 67663 Kaiserslautern, Tel. +49-631-31600-4276, Email [Martin.Spies@itwm.fraunhofer.de](mailto:Martin.Spies@itwm.fraunhofer.de)

**Kurzfassung.** In diesem Beitrag berichten wir über einen Ansatz zur modellbasierten POD-Bestimmung („Model-Assisted POD“) unter Verwendung der Generalisierten Punktquellensynthese GPSS in Verbindung mit einem geeigneten Modell für das (Gefüge-) Rauschen. Am Beispiel der Fehlerprüfung an mehreren Testblöcken in Immersionstechnik illustrieren wir die Durchführung einer individuellen „ $\hat{a}$  versus  $a'$ “-POD-Bewertung auf der Basis von Simulationsrechnungen unter Berücksichtigung experimentell ermittelter Daten. Neben der POD berechnen wir auch die Wahrscheinlichkeit für Fehlanzeigen (englisch: Probability of False Indication, PFI). Der Vorteil einer solchen Modell-basierten Vorgehensweise liegt in der erheblichen Reduktion des experimentellen Aufwandes.

## 1. Einführung

Bei der Anwendung von ZfP-Verfahren muss gezeigt werden, dass die gewählte Prüfmethode die erforderlichen Nachweiseigenschaften besitzt. Zu deren Charakterisierung anhand der Fehlerauffindwahrscheinlichkeit (englisch: Probability of Detection, POD) sind aufwändige, zeit- und kostenintensive experimentelle Untersuchungen an speziell gefertigten Testkörpern notwendig. Bei schwerprüfbaaren Bauteilen wie beispielsweise Gusskomponenten müssen dabei im Hinblick auf die Ultraschallprüfung eine Vielzahl von Material- und Geometrieparametern berücksichtigt werden. Allerdings kann mit Hilfe von validierten Simulationsverfahren der experimentelle Aufwand reduziert werden. So kann der Einfluss der Oberflächenkrümmung oder unterschiedlicher Fehlerparameter, aber auch von durch die Mikrostruktur bedingten variierenden Schallschwächungen auf die Fehlersignale untersucht werden.

In diesem Beitrag berichten wir über einen solchen Ansatz zur modellbasierten POD-Bestimmung („Model-Assisted POD“) unter Verwendung der Generalisierten Punktquellensynthese in Verbindung mit einem geeigneten Modell für das (Gefüge-) Rauschen. Am Beispiel der Fehlerprüfung an mehreren Testblöcken in Immersionstechnik illustrieren wir die Durchführung einer individuellen „ $\hat{a}$  versus  $a'$ “-POD-Bewertung auf der Basis von Simulationsrechnungen unter Berücksichtigung experimentell ermittelter Daten. Neben der POD berechnen wir auch die Wahrscheinlichkeit für Fehlanzeigen (englisch: Probability of False Indication, PFI). Durch diesen Ansatz wird erreicht, dass die kostspielige Anfertigung von Testkörpern in Grenzen gehalten werden kann. Dies ist beispielsweise bei der Schiffspropellerprüfung mittels Ultraschall aufgrund der Formen- und Größenvielfalt dieser Bauteile unabdingbar.



## 2. Fehlerauffindwahrscheinlichkeit POD

### 2.1 Prinzipielle Vorgehensweise

Das Konzept der ‚Probability of Detection‘ POD spielt eine wichtige Rolle bei der Untersuchung und Evaluierung der Integrität eines Bauteils [1]. Die POD bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, einen Fehler im Bauteil zu finden; sie wird in diesem Beitrag als Funktion der Fehlergröße  $a$  bestimmt. Die resultierende POD-Kurve liefert zusammen mit den relevanten Konfidenzintervallen die Fehlergröße, die mit einer ‚vernünftigen‘ Wahrscheinlichkeit detektiert werden kann. Diese Fehlergröße wird dann mit den Anforderungen an die Bauteilintegrität verglichen.

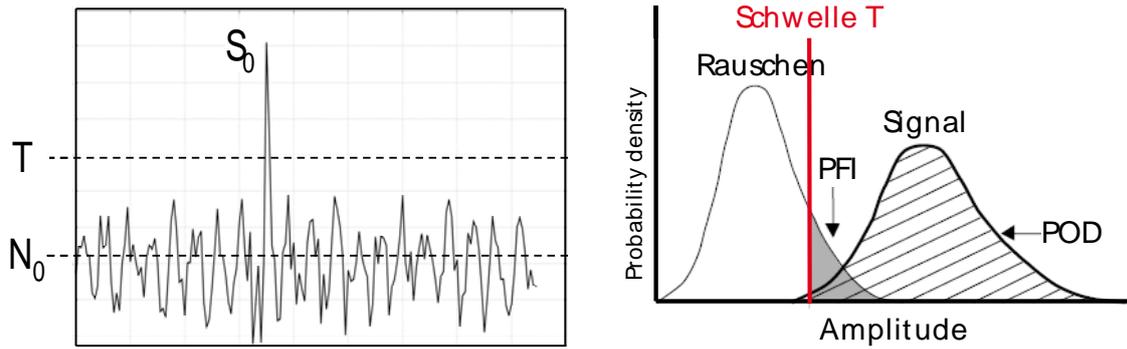
Der prinzipielle Verlauf der POD-Kurve zeigt, dass die Detektionswahrscheinlichkeit mit zunehmender Fehlergröße ansteigt. An der Größe  $a_{90/95}$  schneidet die untere 95 % Konfidenzgrenze das 90 % POD-Niveau. Diese Größe wird üblicherweise als die sicher zu detektierende Fehlergröße betrachtet. Die Vorgehensweise zur POD-Bestimmung anhand einer  $\hat{a}$ -vs- $a$ -Analyse an geeigneten Testkörpern mit Modellfehlern unterschiedlicher Größe ist wie folgt: ein Fehler der Größe  $a$  erzeugt ein Signal der Amplitude  $\hat{a}$  und es wird der Entscheidungsschwellwert  $\hat{a}_{dec}$  definiert, oberhalb dessen das Signal als ‚Treffer‘ interpretiert wird. Unter der Annahme, dass die Signalamplituden statistisch normalverteilt sind, kann das resultierende  $\hat{a}$ -vs- $a$ -Diagramm in eine POD-Kurve überführt werden.

Diesbezüglich liegt mit dem vom US-Department of Defense herausgegebenen Handbuch MIL-HDBK-1823 und der dazugehörigen Berechnungssoftware („mh1823“) ein international akzeptierter Standard zur Durchführung von POD-Analysen vor [1]. Bei dessen Anwendung zur Berechnung von POD-Kurven muss allerdings zweierlei beachtet werden: zum einen wird bei der  $\hat{a}$ -vs- $a$ -Analyse von einem linearen Verlauf zwischen der Amplitude des Fehler Signals  $\hat{a}$  und der Fehlergröße  $a$  ausgegangen; zum anderen wird eine im gesamten Messdatenbereich - also für alle betrachteten Fehlergrößen - konstante Streuung bzw. Varianz der Messwerte angenommen. Eine detaillierte mathematische Beschreibung dieser Prozedur ist in [1, Appendix G] zu finden.

### 2.2 Warum Modell-basierte POD („MAPOD“)?

Die experimentelle Ermittlung von POD-Kurven erfordert die Planung und Durchführung von wohl definierten Inspektionen an geeigneten Testkörpern. Dabei spielen neben der aufzufindenden Fehlergröße auch die Materialeigenschaften und die Geometrie der zu prüfenden Bauteile eine Rolle. Im Zuge unserer Aktivitäten bei der Inspektion schwer prüfbarer Werkstoffe und komplex geformter Bauteile, wie z.B. gegossenen Schiffsantriebskomponenten [2], hat sich herausgestellt, dass die Durchführung solcher POD-Studien mit einem erheblichen, in der Regel nicht zu realisierenden Aufwand verbunden ist. Neben den prüftechnischen Charakteristika (z.B. der Wahl des einzusetzenden Verfahrens und der Sensorik) betrifft dies insbesondere die Anfertigung geeigneter Testkörper. Hier müsste die in Abhängigkeit des Gefüges variierende Schallschwächung ebenso berücksichtigt werden wie die Oberflächenkrümmung. Der MAPOD-Ansatz (modell-basiert: ‚Model-Assisted‘) besteht daher darin, die Vielzahl der möglichen relevanten Prüfsituationen durch ein geeignetes Verfahren zu simulieren und die resultierenden  $\hat{a}$ -vs- $a$ -Daten für die jeweilige POD-Analyse zu nutzen. Anhand von wenigen repräsentativen Testkörpern werden zusätzliche, diese Vorfahrensweise validierende POD-Berechnungen durchgeführt.

Das nachfolgende beschriebene Modell zur POD-Berechnung unterliegt nicht den Annahmen eines linearen Verlaufs zwischen Fehleramplitude  $\hat{a}$  und Fehlergröße  $a$  sowie der im gesamten Messdatenbereich konstanten Varianz der Messwerte.



**Abb. 1** Links: schematische Darstellung von Fehleramplitude  $S_0$ , Rauschen mit mittlerer Amplitude  $N_0$  und Schwellwert  $T$ . Rechts: schematische Darstellung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Rausch- und der Fehleramplituden sowie der Abhängigkeit von POD und PFI vom Schwellwert  $T$ .

### 2.3 Berechnung der POD und der PFI

Wir führen zunächst die Bezeichnungen  $S$  für die Fehleramplitude (entspricht  $\hat{a}$ ) und  $T$  für den Entscheidungsschwellwert (entspricht  $\hat{a}_{\text{dec}}$ ) ein. Bei der POD-Berechnung anhand simulierter Daten gehen wir von einer (berechneten) Fehleramplitude  $S_0$  aus, die durch Überlagerung mit dem statistischen Rauschen („weißes Rauschen“, bedingt durch Prüfsystem und Werkstoff) zum resultierenden Signal der Amplitude  $S$  wird. Unter der Annahme, dass das Rauschen unabhängig von der Prüfkopfposition ist, nutzen wir ein theoretisches Modell [3,4], bei dem das Rauschsignal  $N$  durch eine mittlere Rauschamplitude  $N_0$  charakterisiert wird (Abbildung 1, links). Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für  $N$  folgt dann mit der Varianz  $\sigma_0$  in Form einer Rayleigh-Verteilung gemäß [5]

$$P(N) = \frac{N}{\sigma_0^2} \exp\left[-\frac{N^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (1)$$

wobei  $N_0 = \sigma_0\sqrt{\pi}/2$ . Die Überlagerung dieses Rauschens mit dem Fehlersignal  $S_0$  führt zum Gesamtsignal  $S$  mit der Rice-Wahrscheinlichkeitsverteilung [5]

$$P(S) = \frac{S}{\sigma_0^2} \exp\left[-\frac{(S^2 + S_0^2)}{2\sigma_0^2}\right] I_0\left(\frac{SS_0}{\sigma_0^2}\right), \quad (2)$$

wobei  $I_0(x)$  die Bessel-Funktion nullter Ordnung ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass  $S$  die Schwelle  $T$  übersteigt folgt dann gemäß

$$POD = \int_T^\infty P(S)dS, \quad (3)$$

während die Wahrscheinlichkeit für eine Fehlanzeige (PFI: Probability of False Indication, d.h. das Rauschen  $N$  übersteigt die Schwelle  $T$ ) gegeben ist durch

$$PFI = \int_T^\infty P(N)dN. \quad (4)$$

POD und PFI werden also durch das Verhältnis von  $S_0$  und  $N_0$  zum Entscheidungsschwellwert  $T$  bestimmt (siehe Abbildung 1).

### **3. Validiertes Simulationsverfahren zur Berechnung von Fehlersignalen**

Die Modell-basierte POD-Bestimmung stützt sich auf die Berechnung von Fehlersignalen mittels validierter Simulationsverfahren. Diesbezüglich hat sich die Generalisierte Punktquellensynthese (GPSS) als besonders leistungsfähig erwiesen [6]. Zur Berechnung von

Fehlersignalen müssen die verschiedenen physikalischen Prozesse, die mit dem gestellten Prüfproblem verbunden sind, schrittweise modelliert werden. Bei der Berechnung der Prüfkopfschallfelder sind dies (i) die Abstrahlung der Ultraschallwellen durch den Prüfkopf sowie die Ausbreitung der Wellen im jeweiligen Medium und (ii) der Reflexions- und Transmissionsprozess an der ebenen oder gekrümmten Grenzfläche zwischen Vorlaufmedium und Bauteil. Darüber hinaus muss werkstoffabhängig bei den Berechnungen auch die Schallschwächung berücksichtigt werden [7]. Die Modellierung des Abstrahlverhaltens von Streuern und die Berechnung von Fehlersignalen in Nah- und Fernfeld mittels Generalisierter Punktquellensynthese erfolgt unter Anwendung der Kirchhoffschen Näherung [8]. Die numerische Berechnung der jeweiligen Oberflächenintegrale erfolgt sukzessiv auf der Basis äquidistanter Gitter unter Beachtung des Sampling-Theorems. Die Modellierung der Zeitsignale erfolgt durch Berechnung der harmonischen Wellenfelder für viele Frequenzen mit einer geeigneten Anregungsfunktion zur Charakterisierung des Prüfkopfsignals und deren anschließende numerische Fourier-Transformation in den Zeitbereich.

Die Validierung dieser Vorgehensweise erfolgte unter anderem in [9] anhand des internationalen UT-Benchmarks 2007, Abbildung 2 zeigt schematisch das gestellte Prüfproblem. Unter Einsatz eines sphärisch fokussierenden Prüfkopfes (Mittenfrequenz 4 MHz, Durchmesser 19.05 mm) werden mit einem Wasservorlauf von 150 mm Longitudinalwellen in einen Testblock eingeschallt. Es standen 5 Testblöcke mit ebener, konvexer und konkaver Oberfläche unterschiedlicher Krümmungsradien zur Verfügung, in denen in Tiefen von 3.2 mm (1/8 Inch) bis 102.4 mm (4 Inches) Flachbodenbohrungen (FBB) von 0.8 mm Durchmesser eingebracht worden waren.

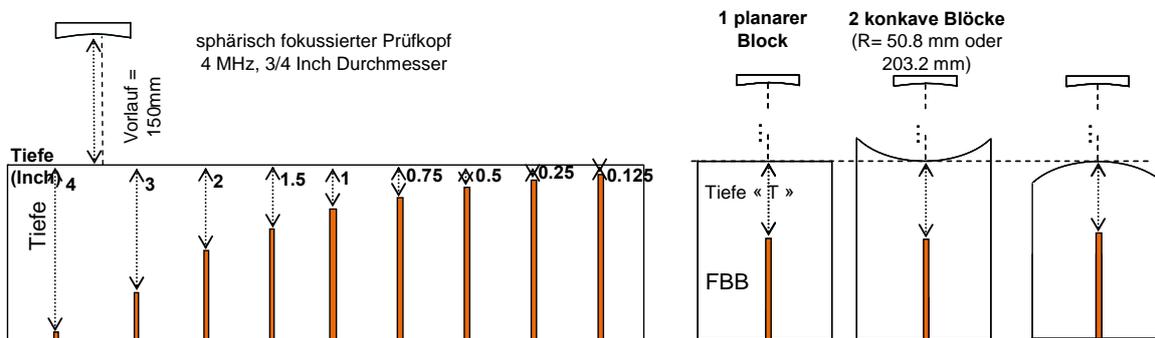


Abb. 2 Schematische Darstellung des Prüfproblems des internationalen UT-Benchmarks 2007 [9].

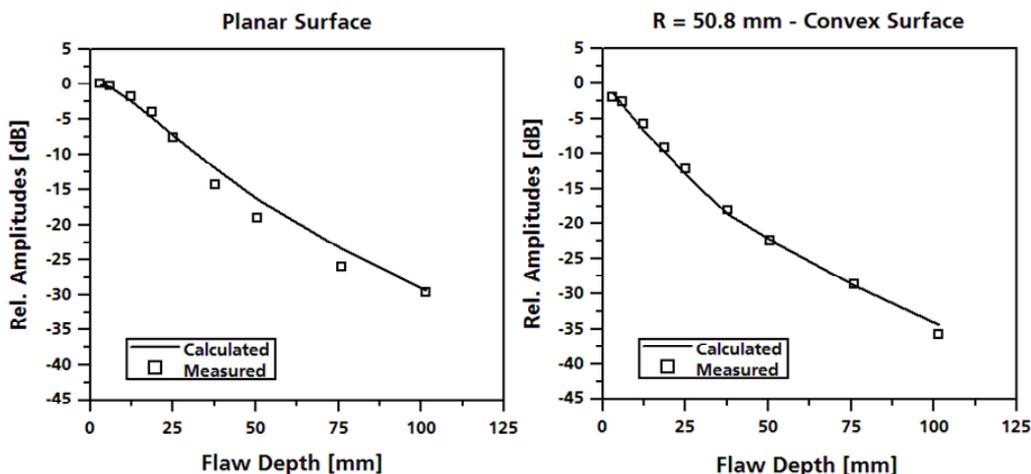
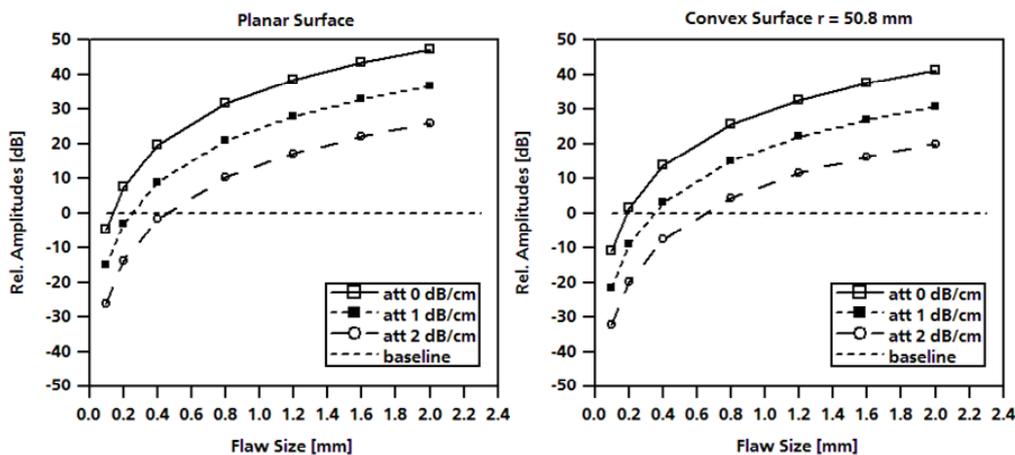


Abb. 3 Simulierte vs. gemessene relative Maximalamplituden als Funktion der Fehlertiefe im ebenen (links) und konvexen (rechts) Testblock (normiert auf die FBB in 3.2 mm Tiefe im ebenen Testblock).

Abbildung 3 zeigt exemplarisch die mittels Generalisierter Punktquellensynthese berechneten Fehleramplituden im Vergleich zu den experimentell ermittelten Maximalamplituden; die Normierung erfolgte jeweils auf die FBB in 3.2 mm Tiefe im planaren Testblock. Die Übereinstimmung ist hervorragend; die maximale Abweichung von etwa 2 dB (FBB in 76 mm Tiefe, Abb. 3 links) dient im Folgenden als Richtwert für die in der POD-Berechnung anzusetzende Varianz des Rauschuntergrundes.

#### 4. MAPOD-Ergebnisse

Anhand der in Abbildung 2 dargestellten Prüfkonfiguration demonstrieren wir im Folgenden die Vorgehensweise bei der Modell-basierten POD-Bestimmung und zeigen den Einfluss der verschiedenen Parameter auf die POD und die PFI. Wir beziehen uns auf die Simulationsergebnisse in Abbildung 3 und nehmen an, dass die FBB in 102 mm Tiefe im konvexen Testblock mit 50.8 mm Krümmungsradius ‘gerade noch’ detektierbar ist. Mit Bezug auf die üblicherweise gewählte Entscheidungsschwelle ‘6 dB über Rauschen’ entspricht die Amplitude der FBB in 102 mm Tiefe damit dem mittleren Rauschlevel  $N_0$  plus 6 dB. Zur Durchführung einer  $\hat{a}$ -vs- $a$ -Analyse berechnen wir nun exemplarisch die Fehleramplituden für FBB mit einem Durchmesser von 0.1 mm bis 2 mm in einer Tiefe von 50.8 mm. Im Hinblick auf schwer prüfbare Werkstoffe berechnen wir diese Werte auch unter Berücksichtigung von Schallschwächungen von 1 dB/cm und 2 dB/cm (Abbildung 4); letztere entspricht der Größenordnung, die wir für CuNiAl-Bronzen ermittelt haben [10].



**Abb. 4** Simulierte Maximalamplituden als Funktion der Fehlergröße für FBB in einer Tiefe 50.8 mm im ebenen (links) und konvexen (rechts) Testblock in Abhängigkeit der Schallschwächung.

Wir haben POD-Berechnungen unter Variation folgender Parameter durchgeführt:

- Schallschwächung 0 dB/cm, 1 dB/cm oder 2 dB/cm
- Varianz  $\sigma_0 = 1.5$  dB ( $N_0 = 1.9$  dB),  $\sigma_0 = 2.5$  dB ( $N_0 = 3.1$  dB),  $\sigma_0 = 4.0$  dB ( $N_0 = 5.0$  dB)
- Varianz variabel von  $\sigma_0 = 4.0$  dB bei Fehlergröße 0.1 mm bis 1.5 dB bei Fehlergröße 2 mm.
- Entscheidungsschwellwert  $\hat{a}_{dec}$  3 dB oder 6 dB über Rauschen  $N_0$ .

Die höheren Werte der Varianz bei größerer Schallschwächung korrelieren mit unseren Beobachtungen an stark schallschwächenden Duplex- und Bronze-Gusswerkstoffen [11]. Aus der Fülle der berechneten MAPOD-Kurven zeigen wir exemplarisch ausgewählte Beispiele, welche die prinzipiellen Zusammenhänge beleuchten sollen.

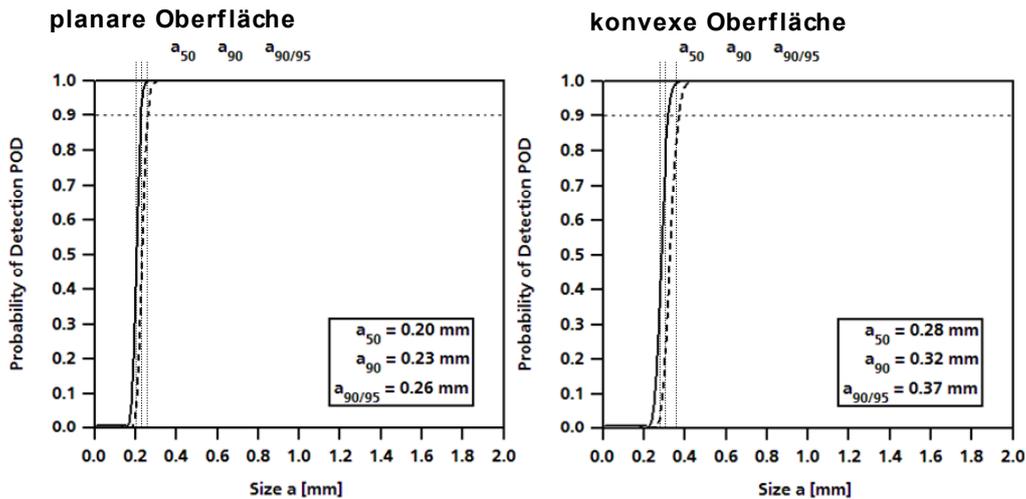


Abb. 5 MAPOD-Kurve für die Parameter  $\sigma_0 = 1.5$  dB, Schwelle 6 dB, Schwächung 0 dB/cm.

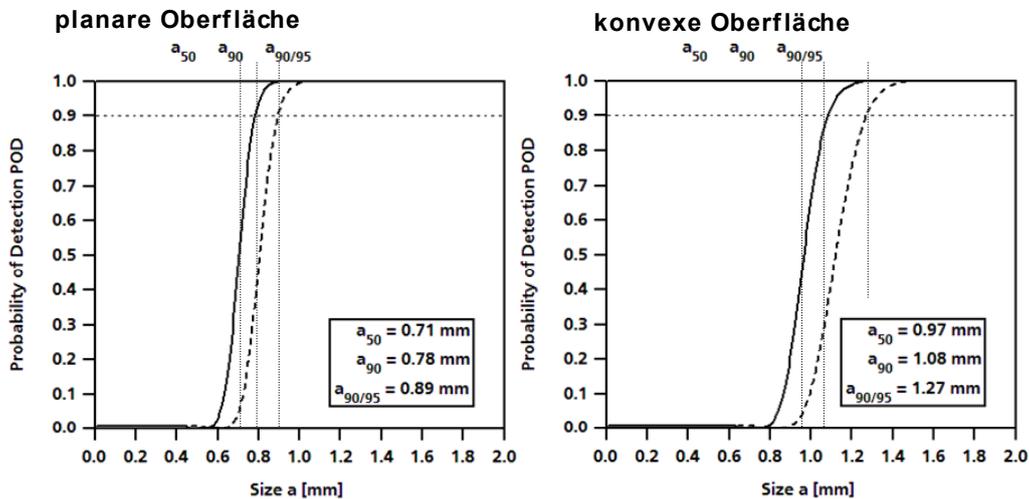


Abb. 6 MAPOD-Kurve für die Parameter  $\sigma_0 = 1.5$  dB, Schwelle 6 dB, Schwächung 2 dB/cm.

Abbildung 5 illustriert zunächst den Einfluss der gekrümmten Oberfläche im Unterschied auf die POD bei vernachlässigbarer Schallschwächung. Die aufgrund der Krümmung verursachte Schallfelddivergenz führt zu geringeren Fehleramplituden im Vergleich zum ebenen Testblock. Erwartungsgemäß verschiebt sich die POD-Kurve nach rechts und der charakteristische Wert  $a_{90/95}$  wächst an. Abbildung 6 zeigt dieselbe Situation bei einer Schallschwächung von 2 dB/cm: die Kurven verschieben sich weiter nach rechts und auch der Abstand des unteren 95%-Konfidenzintervalls zur mittleren Kurve wächst an.

Im Folgenden konzentrieren wir uns auf den ebenen Testblock. Korrekterweise müssen wir bei der stärkeren Schallschwächung auch eine größere Varianz der simulierten ‚Messdaten‘ annehmen. Vergleichen wir Abb. 6, links, mit Abb. 7 links, so sieht man den entscheidenden Einfluss der Varianz auf die POD-Kurve und den Wert  $a_{90/95}$ , der sich fast verdoppelt. Gleichzeitig steigt die Falschanzeigenrate PFI an, die den Schnittpunkt der POD-Kurve mit der Ordinatenachse bestimmt. Eine Verbesserung bezüglich der sicher zu detektierenden Fehlergröße  $a_{90/95}$  kann erreicht werden, wenn die Entscheidungsschwelle beispielsweise auf 3 dB über Rauschen herabgesetzt wird (Abb. 7, rechts), allerdings auf Kosten eine höheren Falschanzeigenrate PFI. Diesen Zusammenhang haben wir noch einmal in Abbildung 8 aufbereitet. Hier sind PFI (linke Ordinatenachse) sowie die Fehlergrößen  $a_{90}$  und  $a_{90/95}$  (rechte Ordinatenachse) als Funktion des Schwellenwerts  $\hat{a}_{dec}$  aufgetragen. Die Berechnung und Darstellung dieser Zusammenhänge erlaubt die Prüfproblem-

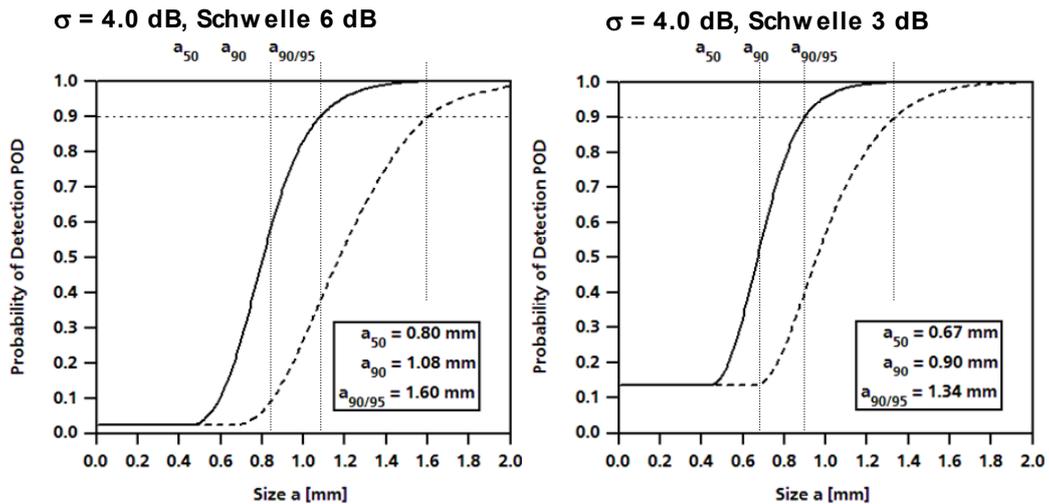


Abb. 7 MAPOD-Kurve für die angegebenen Parameter (ebener Testblock).

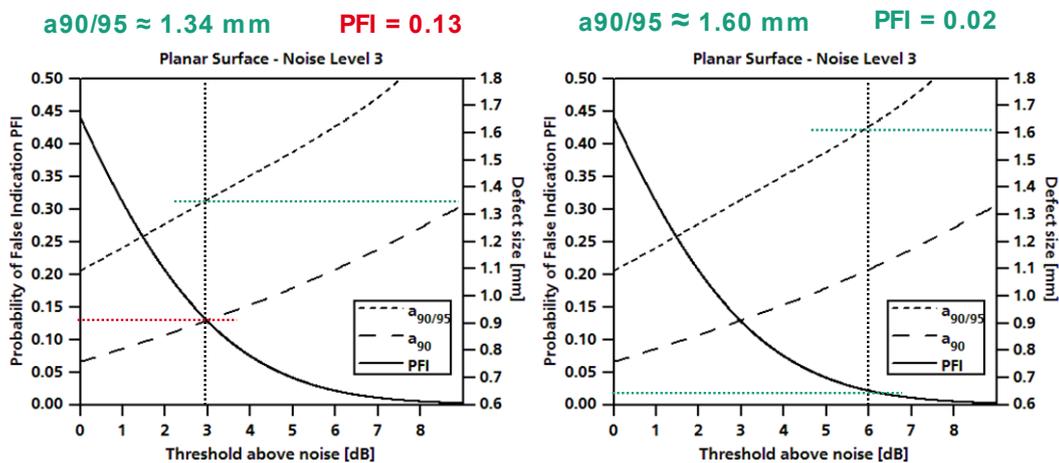


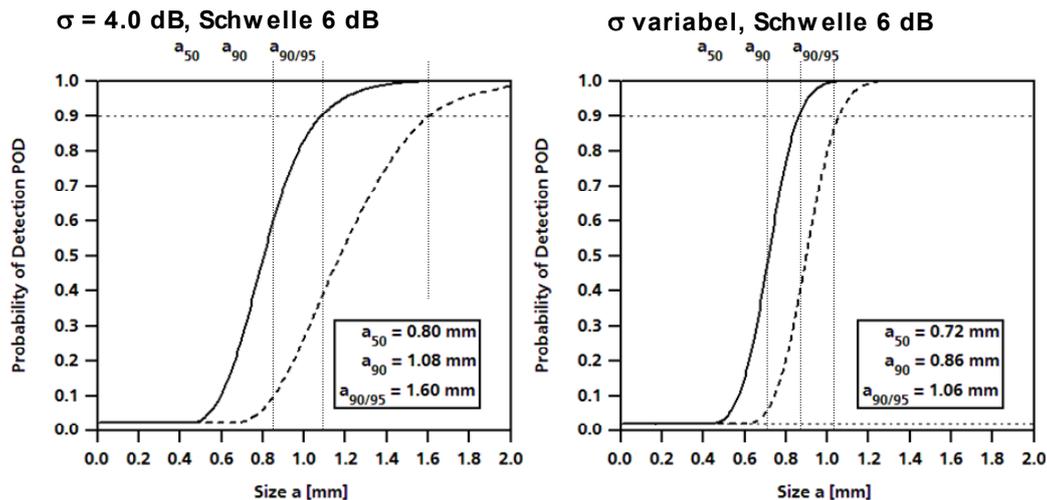
Abb. 8 POD-Kennwerte und PFI als Funktion der Schwelle T für die Parameter  $\sigma_0 = 4.0$  dB, Schwächung 2 dB/cm.

spezifische Wahl des Entscheidungsschwellwertes im Hinblick auf die spezifizierte aufzufindende Fehlergröße und die im Betriebsablauf tolerierbare Falschanzeigenrate.

Abschließend betrachten wir noch den Einfluss einer nicht-konstanten Varianz der Messwerte. Hier gehen wir davon aus, dass bei stark schallschwächenden Werkstoffen die Varianz bei kleinen Fehlerdimensionen größer ist als bei größeren Fehlerabmessungen [11]. In Abbildung 9 erkennt man die deutliche Verbesserung von POD und  $a_{90/95}$  gegenüber einer konstant hohen Varianz.

## 5. Zusammenfassung

Schwer prüfbare Werkstoffe stellen anspruchsvolle Herausforderungen an die ZfP, insbesondere wenn es um die Detektion von Fehlstellen im Inneren von dickwandigen Bauteilen geht. Die Modell-basierte, applikationsspezifische Ermittlung der Fehlerauffindwahrscheinlichkeit unter Einsatz validierter Simulationsverfahren erlaubt, den experimentellen Aufwand zu reduzieren. Dies bietet ganz besonders Vorteile im Hinblick auf die kostenintensive Fertigung von geeigneten Testkörpern. Der MAPOD-Ansatz erlaubt beispielsweise, den Einfluss der Oberflächenkrümmung oder unterschiedlicher Fehlerparameter, aber auch von durch die Mikrostruktur bedingten variierenden Schallschwächungen



**Abb. 9** MAPOD-Kurve für die angegebenen Parameter (ebener Testblock).

auf die Fehlersignale zu untersuchen. Dazu werden allerdings experimentelle Basis-Ergebnisse als Input für die Simulation benötigt, unter anderem im Hinblick auf die bei der POD-Berechnung zu berücksichtigenden Größen für die Varianz der Messwerte und die mittlere Rauschamplitude. Die in diesem Beitrag beschriebene Vorgehensweise ist nicht nur dazu geeignet, die Zusammenhänge zwischen Entscheidungsschwellwert und Falschanzeigenrate zu beleuchten, sondern bietet vielfältige Möglichkeiten im Hinblick auf die Optimierung der jeweiligen Prüfzenarien („Design of Experiment“). Die Basis bildet ein geeignetes, leistungsfähiges und validiertes Simulationsverfahren, das in der Lage ist, alle relevanten Komponenten des Prüfvorganges realitätsnah abzubilden.

Die Arbeiten wurden im Rahmen des vom Bundesministerium für Wirtschaft geförderten Forschungsvorhabens „ProRepaS II - Entwicklung und Validierung von Methoden zur Zerstörungsfreien Prüfung von Propellerwerkstoffen mit Ultraschall“ (Kennzeichen 03SX278) durchgeführt.

## Referenzen

- [1] Department of Defense Handbook Draft 2009. Nondestructive Evaluation System Reliability Assessment, MIL-HDBK-1823, Draft 14 April 2009
- [2] H. Rieder et al. DGZfP Berichtsband 122-CD DGZfP-Jahrestagung (2010), P67
- [3] T.A. Gray, R.B. Thompson. Review of Progress in Quantitative NDE, Vol. 5, Plenum Press, New York, 911-918 (1986)
- [4] J.A. Ogilvy. NDT&E International 26, 19-29 (1993)
- [5] S.O. Rice. Bell Syst. Tech. J24, 46-156 (1945)
- [6] M. Spies. J. Acoust. Soc. Am., 110, 68-79 (2001)
- [7] M. Spies. Review of Progress in Quantitative NDE, Vol. 21, Melville, New York, American Institute of Physics (AIP Conference Proceedings CP509), 807-814 (2002)
- [8] M. Spies. J. Acoust. Soc. Am. 107, 2755-2759 (2000)
- [9] M. Spies. DGZfP Berichtsband 113-CD DACH-Jahrestagung (2008), P35
- [10] S. Hubel, A. Dillhöfer, H. Rieder, M. Spies, S. Leever, A. van Kooij. DGZfP Berichtsband 127-CD DGZfP-Jahrestagung (2011), P74
- [11] M. Spies, H. Rieder, A. Dillhöfer. DGZfP Berichtsband 122-CD DGZfP-Jahrestagung (2010), P39